



TITLE:

三角多項式に関するいくつかの不等式について: 大きい篩の理論から (不等式に関する研究)

AUTHOR(S):

小林, 功武

CITATION:

小林, 功武. 三角多項式に関するいくつかの不等式について: 大きい篩の理論から (不等式に関する研究). 数理解析研究所講究録 1973, 191: 2-3

ISSUE DATE:

1973-11

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/107257>

RIGHT:

三角多項式に関するいくつかの不等式について

—— 大きい篩の理論から

名大 理 小林功武

大きい篩の方法 (large sieve method) は, 現在では, Halász の着想を吸収して, “(pre-) Hilbert 空間における Bessel 不等式の一つの拡張” に基礎をおく形に整理されているが, この方法の本来の idea は, 非負係数の三角多項式 $S(x) = \sum_{n=-N}^N a_n e^{2\pi i n x}$ に対し, 積分 $\int_{-\delta}^{\delta} |S(x)|^2 dx$ ($0 < \delta \leq \frac{1}{2}$) と $|S(0)|^2$ とを比較しようとする所にあった. 本講演では, この問題に関し, Bombieri-Davenport [1] の結果

$$\int_{-\delta}^{\delta} |S(x)|^2 dx \geq \frac{1}{2N} \left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{(N\delta)^{\frac{1}{2}}}\right) |S(0)|^2$$

及び Montgomery の殆ど最終的な結果 [3]

$$(M) \quad \int_{-\delta}^{\delta} |S(x)|^2 dx \geq \frac{1}{2N + \frac{15}{\delta} \delta^{-1}} |S(0)|^2$$

を紹介し, その数論上・技術上の意義を解説する. また, (M) が示唆する “Montgomery の予想”: “ $\{x_n\}_{n=1}^R$ は mod. 1 で相異なる

実数, $\delta_r = \min_{\substack{s=1, \dots, R \\ s \neq r}} \min_{n \in \mathbf{Z}} |x_r - x_s - n|$ とするとき, 任意の三角
多項式 $S(x) = \sum_{n=M+1}^{M+N} a_n e^{2\pi i n x}$ ($a_n \in \mathbf{C}$, $M, N \in \mathbf{Z}$, $N > 0$) に
対し

$$\sum_{r=1}^R (N + C\delta_r^{-1})^{-1} |S(x_r)|^2 \leq \sum_{n=M+1}^{M+N} |a_n|^2$$

が, 講演者の結果 [2] と併せて, 篩法に対しても意義につ
いても述べる.

References

- [1] E. Bombieri - H. Davenport: On the large sieve method, Abh.
aus Zahlentheorie und Analysis zur Erinnerung an Edmund
Landau, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1968)
- [2] I. Kobayashi: A note on the Selberg sieve and the large
sieve, Proc. Japan Acad., 49 (1973)
- [3] H. L. Montgomery: Topics in multiplicative number theo-
ry, Lecture Notes in Mathematics, 227 (1971), Springer Ver-
lag.